

Title	Riemann空間ノ等長変換ノ解析性
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 120 p.33-p.35
Issue Date	1937-02-05
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74465
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

540. Riemann 空間ノ等長変換ノ 解析性

吉田 耕作 (昭大)

Riemann 空間 R ノ metric $ds^2 = \sum_{i,j=1}^n g_{ij}(x) dx^i dx^j$ カ i)

点 $x = (x^1, x^2, \dots, x^n)$ ノ近傍ヲ positive definite ii)

$g_{ij}(x)$ ハ x ノ近傍ヲ (x^1, x^2, \dots, x^n) ノ解析函数ト
假定スル。

然ラバ二点 a, b が充余近イトキニハ a, b ヲ結ブ最短曲
線 $C(a, b)$ が一ツ唯一ツ存在シ、之レハ geodesic ノ方
程式 (Euler's differential equation) = ヲツテ
定義サレル。

今 $x' = Tx$ ヲ以テ上ノ i), ii) ノ満足サレル範囲ヲ定義
サレタ等長変換トスレバ、 $T =$ ヲツテ geodesics $C(a, b)$ ハ
geodesics $C(a', b') =$ 変換サレル。

点 x 及ビ $x' =$ 於テ normal coordinates (geodesic
coordinates) ヲ導入スル。 x ノ近傍ハ n 次元巾一くり、ト
空間 $E(\overline{x})$ ノ点 \overline{x} ノ近傍 = topological = 寫サレ、
 x ヲ通ル geodesics ハ \overline{x} ヲ通ル直線 = 寫サレル。ヨツ
テ T ハ $E(\overline{x})$ ノ $E(\overline{x}')$ へ、変換 \overline{T} ヲ induzieren ス
ル。 $\overline{T} =$ ヲリ \overline{x} ヲ通ル直線ハ \overline{x}' ヲ通ル直線 = 変換サレ、
且ツ \overline{T} ハ \overline{x} ヲ通ル各直線上デ isometric。

故ニ若シモ \overline{T} が $\overline{x} =$ 於テ conform ナコトがワカレ

べ、 T が linear transformation ナルコトが直=ワカル。 OC ノ近傍=オイテ R ノ座標ト normal coordinates トノ對應トハ明テカ = analytic (i), ii) = ヨル) カカテ、結局

$x' = Tx$ ハ解析変換デアアル。

次 = conformity ノ証。 x = 於ケル任意ノ小 geodesic triangle xyz ヲ考ヘル。 但シ長サ $(y, x) = (z, x)$ トスル。 之レ=對應スル $x'y'z' = T(xyz)$ モ亦小 geodesic triangle デアル。 之レ等ノ $E(\bar{x})$, $E(\bar{x}')$ = 於ケル像ヲ $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$, $\bar{x}'\bar{y}'\bar{z}'$ トスル。 $\bar{x}\bar{y}$, $\bar{x}\bar{z}$, $\bar{x}'\bar{y}'$, $\bar{x}'\bar{z}'$ ハ直線ヲ長サ等シイ。 geodesic triangle = 對スル公式 = ヨレバ higher order ヲ neglect スレバ 角 $\angle \bar{y}\bar{x}\bar{z}$ (in $E(\bar{x})$) = 對シテ

$$\begin{aligned} * (y, z)^2 &= (x, y)^2 + (x, z)^2 - 2(x, y)(x, z) \cos \angle \bar{y}\bar{x}\bar{z} \\ &\quad - \frac{3}{4} K S(x, y \times x, z) \sin \angle \bar{y}\bar{x}\bar{z} \end{aligned}$$

が成立スル。(例ヘバ $E. Cartan$ / $Riemann$ 幾何ノ本, p. 233)

コゝ = K ハ 三角形 xyz ノ 方向ノ $Riemann$, S ハ 三角形 xyz ノ area。 之レヲ我々ノ二等辺 g. t. = apply スレバ

$$\cos \angle \bar{y}\bar{x}\bar{z} = \lim \frac{(y, z)^2 - 2(x, y)^2}{2(x, y)^2}$$

(y が geodesic $C(y, x) =$ 沿テテ $x =$ tend スルトキノ limit) ヲ得ル。 xyz , $x'y'z'$ ハ互 = isogonal

タカラ

$$\cos \angle \overline{y} \overline{x} \overline{z} = \cos \angle \overline{y'} \overline{x'} \overline{z'}.$$

—— 以上 ——